soğutma dünyası

R290 (Propan) Termodinamik Hal Denkleminin Modellenmesi

Yrd. Doç. Dr. M. Turhan ÇOBAN
turhan_coban@yahoo.com
Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü

ÖZET

Bu çalışmada R290 (Propan)'nın termodinamik ve termofiziksel özelliklerini oluşturmak için bir bilgisayar modeli oluşturulmuş ve oluşturulan modelin temel hal denklemi verilmiştir.

1. Hal Denklemi ve Temel Hesaplama Metodları

Propanın çeşitli temel termodinamik özellikleri Tablo.1'de verilmiştir.

Tablo.1-R290 (Propan) Bazı temel termodinamik özellikler (katsayılar)

Sembol	İsim	Değer	Birim
R	Molar gaz sabiti	8.314472	kJ/(kmolK)
M	Molar kütle	44.09562	kg/kmol
T_c	Kritik sıcaklık	369.89	K
P_c	Kritik basınç	4.2512	MPa
ρ_c	Kritik yoğunluk	5	kmol/m³
T_{tp}	Üçlü nokta sıcaklığı	85.525	K
P_{tp}	Üçlü nokta basıncı	0.00017	Pa
ρ_{tp}	Üçlü nokta yoğunluğu	2.4e-10	kmol/m³
T_0	İdeal gaz özellikleri için referans sıcaklık	273.15	K
P_0	İdeal gaz özellikleri için referans basınç	0.001	MPa
h_0^0	İdeal gaz özellikleri için referans entalpi	26148.48	kJ/kmol
s_0^0	İdeal gaz özellikleri için referans entropi	157.9105	kJ/(kmol.K)

Çalışmada temel hal denklemleri olarak NIST (Amerikan ulusal standart ve teknoloji enstitüsü) geliştirilmiş olan hal denklemleri kullanılmıştır[1]. Temel Hal denklemi boyutsuz formda Helholtz serbest enerji denklemi olarak verilmiştir.

$$(\ , \ ) = {}^{0}(\ , \ ) + {}^{r}(\ , \ ) \qquad (1)$$

Burada birimsiz yoğunluk $= \ / \ _c$ ve birimsiz sıcaklık $= T_c / T$ olarak tanımlanmıştır. Bu terimdeki ${}^{0}(\ , \ )$ ideal gaz Helmholtz erbest enerjisi ve ${}^{r}(\ , \ )$ ideal gaz ve gerçek gaz Helmholtz serbest enerjilerinin fark terimidir. İdeal gaz Helmholtz serbest enerji denklemi:

$${}^{0}(\ , \ ) = \ln \ + 3\ln \ + a_0 + a_1 \ + \sum_{i=2}^{5} a_i \ln[1 \ \exp(\ b_i \ )] \qquad (2)$$

Bu denklemdeki katsayılar Tablo.2'de verilmiştir.

Tablo.2-R290 (Propan) İdeal gaz Helmholtz serbest enerjisi katsayıları

i	a	b
0	-4.970583	0
1	4.29352	0
2	3.043	1.062478
3	5.874	3.344237
4	9.337	5.363757
5	7.922	11.762957

$^{r}(\ ,\ )$ ideal gaz ve gerçek gaz Helmholtz serbest enerjilerinin fark terimi ise:

$$^{r}(\ ,\ ) = \sum_{k=0}^{4} N_k\ ^{d_k}\ ^{t_k} + \sum_{k=5}^{10} N_k\ ^{d_k}\ ^{t_k} \exp(\ ^{l_k}) + \sum_{k=11}^{17} N_k\ ^{d_k}\ ^{t_k} \exp\left[\ _k(\ \ _k)^2\ \ _k(\ \ _k)^2\right] \tag{3}$$

Denklemiyle verilmektedir. Denklemdeki katsayılar Tablo 3 de verilmiştir. Basınç (P), sıkıştırma faktörü (Z), iç enerji (u), entalpi (h), entropi (s), Gibbs serbest enerjisi (g), sabit hacimde özgül ısı (C_v), sabit basınçta özgül ısı (C_p) denklem (1)'den yararlanarak altta verilen diferansiyel tanımlamalar üzerinden verilir.

$$P = \ ^{2}\ \frac{a}{\ \ _T} = RT\ 1 + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } \tag{4}$$

$$Z = \frac{P}{RT} = 1 + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } \tag{5}$$

$$\frac{u}{RT} = \frac{a + Ts}{RT} = \frac{\ \ ^{0}}{\ \ } + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } \tag{6}$$

$$\frac{h}{RT} = \frac{a + Ts + Pv}{RT} = \frac{u + Pv}{RT} = \frac{\ \ ^{0}}{\ \ } + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } + 1 \tag{7}$$

$$\frac{s}{R} = \frac{1}{R}\ \frac{a}{T} = \frac{\ \ ^{0}}{\ \ } + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ }\ \ ^{0}\ \ ^{r} \tag{8}$$

$$\frac{g}{RT} = \frac{h\ \ Ts}{RT} = 1 + \ ^{0} + \ ^{r} + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ } \tag{9}$$

$$\frac{C_v}{R} = \frac{1}{R}\ \frac{u}{T}\ _P = \ ^{2}\ \frac{\ \ ^{2}\ \ ^{0}}{\ \ ^{2}} + \frac{\ \ ^{2}\ \ ^{r}}{\ \ ^{2}} \tag{10}$$

$$\frac{C_p}{R} = \frac{1}{R}\ \frac{h}{T}\ _P = \frac{C_v}{R} + \frac{1 + \frac{\ \ ^{r}}{\ \ }\ \ \frac{\ \ ^{2}\ \ ^{r}}{\ \ }^{2}}{1 + 2\ \frac{\ \ ^{r}}{\ \ }\ \ ^{2}\ \frac{\ \ ^{2}\ \ ^{r}}{\ \ ^{2}}} \tag{11}$$

Tablo.3-Gerçek gaz ideal gaz farkı Helmholtz serbest enerji katsayıları

k	Nk	tk	dk	lk	ηk	βk	γk	εk
1	0.042910051	1	4	-				
2	1.7313671	0.33	1	-				
3	-2.4516524	0.8	1	-				
4	0.34157466	0.43	2	-				
5	-0.46047898	0.9	2	-				
6	-0.66847295	2.46	1	1				
7	0.20889705	2.09	3	1				
8	0.19421381	0.88	6	1				
9	-0.22917851	1.09	6	1				
10	-0.60405866	3.25	2	2				
11	0.066680654	4.62	3	2				
12	0.017534618	0.76	1	-	0.963	2.33	0.68	1.28
13	0.33874242	2.5	1	-	1.977	3.47	0.83	0.69
14	0.22228777	2.75	1	-	1.917	3.15	1.42	0.79
15	-0.23219062	3.05	2	-	2.307	3.19	0.82	0.47
16	-0.09220694	2.55	2	-	2.546	0.92	1.5	0.86
17	-0.47575718	8.4	4	-	3.28	18.8	1.43	0.27
18	-0.017486824	6.75	1	-	14.6	547.8	1.09	0.95

Yoğuşma basıncı, yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak:

$$\ln \frac{P_s}{P_c} = \frac{T_c}{T} \quad {}_{i=0}^{4} N_i \quad {}^{k_i} \tag{12}$$

Burada $=1 \quad T/T_c$ olarak verilmiştir. Yoğuşma basıncı katsayıları Tablo.4'de verilmiştir.

Tablo.4-Yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak yoğuşma basıncı katsayıları

i	N_i	k_i
0	-6. 7722	1
1	1.6938	1.5
2	-1.3341	2.2
3	-3.1876	4.8
4	0.94937	6.2

Yoğuşma sıvı yoğunluğu, yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak:

$$\frac{\quad '}{c} = \quad {}_{i=0}^{4} N_i \quad {}^{k_i} \tag{13}$$

Yoğuşma basıncı katsayıları Tablo.5'de verilmiştir.

Tablo.5-Yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak yoğuşma sıvı yoğunluğu katsayıları

i	N_i	k_i
0	1	0
1	1.82205	0.345
2	0.65802	0.74
3	0.21109	2.6
4	0.083973	7.2

Yoğuşma gaz yoğunluğu, yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak:

$$\ln \frac{''}{c} = \sum_{i=0}^{6} N_i^{\,k_i} \qquad (14)$$

Yoğuşma basıncı katsayıları Tablo.6'da verilmiştir.

Tablo.6-Yoğuşma sıcaklığının fonksiyonu olarak yoğuşma gaz yoğunluğu katsayıları

i	N_i	k_i
0	-2.4887	0.3785
1	-5.1069	1.07
2	-12.174	2.7
3	-30.495	5.5
4	-52.192	10
5	-134.89	20

Tablo.7-Yoğuşma termodinamik-termofiziksel özellikler

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
T	P	r_sıvı	r_gaz	h_sıvı	h_gaz	s_sıvı	s_gaz	Cv_sıvı	Cv_gaz	Cp_sıvı	Cp_gaz	W_sıvı	W_gaz	vis_sıvı	vis_gaz	k_sıvı	k_gaz	sigma
C	Mpa	kg/m3	kg/m3	KJ/kg	KJ/kg	KJ/kgK	KJ/kgK	KJ/kgK	KJ/kgK	KJ/kgK	KJ/kgK	m/s	m/s	Pas	Pas	W/mK	W/mK	N/m
-188	1.72E-10	733.13	1.07E-08	-196.64	366.26	-1.396	5.186	1.355	0.6907	1.916	0.8792	2136.4	143.3					
-185	4.85E-10	730.39	2.92E-08	-191.61	368.58	-1.338	5.017	1.352	0.701	1.918	0.8896	2118.6	145.2					
-180	2.94E-09	725.2	1.67E-07	-182.01	373.08	-1.232	4.727	1.346	0.7208	1.923	0.9093	2084.6	148.9					
-175	1.46E-08	720.05	7.89E-07	-172.38	377.67	-1.131	4.473	1.343	0.7404	1.928	0.9289	2050.4	152.4					
-170	6.13E-08	714.92	3.15E-06	-162.73	382.36	-1.035	4.249	1.34	0.7596	1.934	0.9481	2016.2	155.8					
-165	2.23E-07	709.82	1.1E-05	-153.04	387.15	-0.9437	4.051	1.338	0.7784	1.941	0.9669	1982	159.2					
-160	7.14E-07	704.73	3.4E-05	-143.32	392.03	-0.8558	3.876	1.336	0.7967	1.947	0.9852	1947.9	162.4					
-155	2.05E-06	699.67	9.2E-05	-133.57	397	-0.7715	3.719	1.335	0.8145	1.954	1.003	1913.9	165.6					
-150	5.38E-06	694.61	0.00023	-123.78	402.06	-0.6903	3.58	1.334	0.8319	1.962	1.02	1880	168.8	0.001351	3.55E-06	1.9310E-01	3.6800E-03	3.1830E-02
-145	1.30E-05	689.56	0.00054	-113.95	407.21	-0.6121	3.455	1.334	0.8489	1.969	1.037	1846.2	171.8	0.0011588	3.68E-06	1.9052E-01	3.9786E-03	3.1059E-02
-140	2.90E-05	684.51	0.00116	-104.09	412.43	-0.5366	3.343	1.334	0.8655	1.977	1.054	1812.5	174.9	9.90E-04	3.80E-06	1.8790E-01	4.2800E-03	3.0290E-02
-135	6.10E-05	679.46	0.00234	-94.181	417.74	-0.4636	3.242	1.335	0.8818	1.985	1.07	1779	177.8	8.63E-04	3.92E-06	1.8519E-01	4.5866E-03	2.9525E-02
-130	0.000121	674.4	0.00447	-84.234	423.12	-0.3929	3.151	1.336	0.8979	1.994	1.087	1745.5	180.7	7.65E-04	4.05E-06	1.8240E-01	4.9000E-03	2.8760E-02
-125	0.000227	669.33	0.00813	-74.243	428.58	-0.3243	3.07	1.337	0.9138	2.003	1.103	1712	183.5	6.83E-04	4.18E-06	1.7952E-01	5.2212E-03	2.7994E-02
-120	0.000408	664.26	0.01413	-64.207	434.11	-0.2576	2.996	1.339	0.9297	2.012	1.119	1678.6	186.3	6.14E-04	4.31E-06	1.7660E-01	5.5500E-03	2.7230E-02
-115	0.000702	659.16	0.02357	-54.122	439.71	-0.1928	2.93	1.341	0.9455	2.022	1.135	1645.2	189	5.56E-04	4.44E-06	1.7366E-01	5.8861E-03	2.6473E-02

-110	0.001164	654.05	0.0379	-43.988	445.38	-0.1298	2.87	1.343	0.9614	2.032	1.151	1611.8	191.7	5.07E-04	4.56E-06	1.7070E-01	6.2300E-03	2.5720E-02
-105	0.001866	648.91	0.05897	-33.802	451.1	-0.06827	2.815	1.346	0.9775	2.043	1.168	1578.4	194.2	4.65E-04	4.69E-06	1.6771E-01	6.5820E-03	2.4968E-02
-100	0.002899	643.74	0.08904	-23.56	456.88	-0.00826	2.766	1.35	0.9937	2.054	1.184	1544.9	196.8	4.28E-04	4.82E-06	1.6470E-01	6.9400E-03	2.4220E-02
-95	0.00438	638.55	0.13085	-13.26	462.71	0.05038	2.722	1.355	1.01	2.066	1.202	1511.5	199.2	3.95E-04	4.95E-06	1.6167E-01	7.3020E-03	2.3479E-02
-90	0.006448	633.32	0.18762	-2.8974	468.58	0.1077	2.682	1.36	1.027	2.078	1.22	1478	201.5	3.66E-04	5.08E-06	1.5860E-01	7.6700E-03	2.2740E-02
-85	0.009272	628.06	0.26304	7.5304	474.49	0.1639	2.646	1.366	1.045	2.092	1.239	1444.6	203.8	3.41E-04	5.21E-06	1.5550E-01	8.0461E-03	2.1999E-02
-80	0.013049	622.76	0.36132	18.028	480.44	0.2189	2.613	1.372	1.063	2.106	1.258	1411.2	205.9	3.18E-04	5.34E-06	1.5240E-01	8.4300E-03	2.1260E-02
-75	0.018008	617.41	0.48715	28.6	486.41	0.2729	2.583	1.38	1.081	2.121	1.279	1377.8	208	2.97E-04	5.47E-06	1.4934E-01	8.8211E-03	2.0527E-02
-70	0.024404	612.02	0.6457	39.251	492.41	0.3259	2.557	1.388	1.1	2.137	1.3	1344.6	209.9	2.78E-04	5.60E-06	1.4630E-01	9.2200E-03	1.9800E-02
-65	0.032527	606.57	0.84261	49.986	498.42	0.3781	2.532	1.397	1.12	2.154	1.323	1311.4	211.8	2.61E-04	5.72E-06	1.4324E-01	9.6269E-03	1.9077E-02
-60	0.042693	601.08	1.084	60.811	504.44	0.4294	2.511	1.406	1.14	2.172	1.346	1278.4	213.5	2.45E-04	5.85E-06	1.4020E-01	1.0040E-02	1.8360E-02
-55	0.055249	595.52	1.3764	71.731	510.46	0.4799	2.491	1.417	1.161	2.191	1.371	1245.4	215	2.31E-04	5.98E-06	1.3720E-01	1.0457E-02	1.7650E-02
-50	0.070569	589.9	1.727	82.753	516.48	0.5298	2.473	1.428	1.182	2.212	1.397	1212.5	216.5	2.17E-04	6.11E-06	1.3420E-01	1.0880E-02	1.6940E-02
-45	0.089051	584.2	2.143	93.881	522.49	0.5789	2.458	1.439	1.204	2.233	1.424	1179.7	217.7	2.05E-04	6.24E-06	1.3119E-01	1.1311E-02	1.6229E-02
-42.1	0.101325	580.88	2.4161	100.36	525.95	0.607	2.449	1.446	1.217	2.246	1.44	1160.8	218.4	1.98E-04	6.31E-06	1.2951E-01	1.1568E-02	1.5823E-02
-40	0.11112	578.43	2.6326	105.12	528.48	0.6275	2.443	1.452	1.227	2.256	1.453	1147	218.9	1.94E-04	6.36E-06	1.2830E-01	1.1760E-02	1.5530E-02
-35	0.13723	572.58	3.2042	116.49	534.45	0.6755	2.431	1.464	1.25	2.28	1.482	1114.4	219.8	1.83E-04	6.50E-06	1.2540E-01	1.2210E-02	1.4835E-02
-30	0.16783	566.64	3.8669	127.97	540.38	0.7231	2.419	1.478	1.274	2.305	1.513	1081.7	220.6	1.73E-04	6.62E-06	1.2250E-01	1.2670E-02	1.4140E-02
-25	0.20343	560.6	4.6302	139.6	546.28	0.7701	2.409	1.492	1.298	2.332	1.546	1049.1	221.2	1.64E-04	6.76E-06	1.1964E-01	1.3144E-02	1.3454E-02
-20	0.24452	554.45	5.5046	151.36	552.13	0.8168	2.4	1.507	1.323	2.361	1.58	1016.5	221.6	1.55E-04	6.89E-06	1.1690E-01	1.3630E-02	1.2780E-02
-15	0.29162	548.19	6.5012	163.28	557.93	0.863	2.392	1.522	1.348	2.391	1.616	983.8	221.9	1.47E-04	7.02E-06	1.1406E-01	1.4135E-02	1.1948E-02
-10	0.34528	541.8	7.6321	175.35	563.65	0.909	2.385	1.538	1.374	2.423	1.655	951.1	221.9	1.40E-04	7.16E-06	1.1140E-01	1.4650E-02	1.1440E-02
-5	0.40604	535.27	8.9103	187.59	569.3	0.9546	2.378	1.555	1.4	2.457	1.695	918.3	221.7	1.32E-04	7.30E-06	1.0864E-01	1.5190E-02	1.0780E-02
0	0.47446	528.59	10.351	200	574.87	1	2.372	1.572	1.427	2.493	1.739	885.5	221.3	1.26E-04	7.45E-06	1.0600E-01	1.5740E-02	1.0130E-02
5	0.55112	521.75	11.969	212.6	580.33	1.045	2.367	1.59	1.455	2.532	1.785	852.5	220.7	1.19E-04	7.60E-06	1.0345E-01	1.6330E-02	9.4789E-03
10	0.6366	514.73	13.783	225.4	585.67	1.09	2.363	1.608	1.484	2.573	1.835	819.4	219.8	1.13E-04	7.75E-06	1.0090E-01	1.6940E-02	8.8400E-03
15	0.73151	507.5	15.813	238.4	590.89	1.135	2.358	1.627	1.514	2.618	1.89	786.2	218.6	1.08E-04	7.91E-06	9.8390E-02	1.7573E-02	8.2148E-03
20	0.83646	500.06	18.082	251.64	595.95	1.18	2.354	1.647	1.544	2.666	1.949	752.9	217.2	1.02E-04	8.09E-06	9.6000E-02	1.8250E-02	7.5900E-03
25	0.95207	492.36	20.618	265.11	600.84	1.225	2.351	1.667	1.576	2.719	2.015	719.3	215.5	9.70E-05	8.27E-06	9.3662E-02	1.8970E-02	6.9789E-03
30	1.079	484.39	23.451	278.83	605.54	1.269	2.347	1.688	1.609	2.777	2.088	685.5	213.5	9.20E-05	8.46E-06	9.1300E-02	1.9740E-02	6.3800E-03
35	1.2179	476.1	26.618	292.84	610.01	1.314	2.344	1.71	1.643	2.841	2.17	651.4	211.2	8.72E-05	8.67E-06	8.9050E-02	2.0558E-02	5.7842E-03
40	1.3694	467.46	30.165	307.15	614.21	1.359	2.34	1.732	1.678	2.913	2.263	617	208.6	8.26E-05	8.89E-06	8.6800E-02	2.1450E-02	5.2100E-03
45	1.5343	458.4	34.146	321.79	618.12	1.405	2.336	1.756	1.715	2.995	2.371	582.1	205.6	7.82E-05	9.14E-06	8.4662E-02	2.2423E-02	4.6402E-03
50	1.7133	448.87	38.63	336.8	621.66	1.45	2.332	1.78	1.753	3.089	2.499	546.8	202.2	7.39E-05	9.40E-06	8.2500E-02	2.3490E-02	4.0800E-03
55	1.9072	438.76	43.706	352.23	624.77	1.496	2.327	1.805	1.794	3.201	2.652	510.9	198.3	6.97E-05	9.70E-06	8.0400E-02	2.4680E-02	3.5400E-03
60	2.1168	427.97	49.493	368.14	627.36	1.543	2.321	1.832	1.836	3.337	2.841	474.2	194.1	6.56E-05	1.00E-05	7.8300E-02	2.6030E-02	3.0200E-03
65	2.343	416.34	56.152	384.6	629.29	1.59	2.314	1.861	1.88	3.509	3.086	436.6	189.3	6.15E-05	1.04E-05	7.6300E-02	2.7580E-02	2.5100E-03
70	2.5868	403.62	63.916	401.75	630.37	1.639	2.305	1.892	1.93	3.735	3.421	397.9	184	5.74E-05	1.09E-05	7.4300E-02	2.9410E-02	2.0200E-03
75	2.8493	389.47	73.14	419.76	630.33	1.689	2.294	1.927	1.987	4.053	3.914	357.5	178.2	5.32E-05	1.14E-05	7.2200E-02	3.1660E-02	1.5600E-03
80	3.1319	373.29	84.406	438.93	628.73	1.742	2.279	1.969	2.057	4.545	4.707	314.9	171.6	4.89E-05	1.21E-05	7.0200E-02	3.4560E-02	1.1200E-03
85	3.4361	353.96	98.818	459.81	624.75	1.798	2.259	2.023	2.144	5.433	6.182	269.1	164.1	4.42E-05	1.30E-05	6.8300E-02	3.8650E-02	7.1000E-04
90	3.7641	328.83	119	483.71	616.47	1.862	2.227	2.107	2.26	7.623	9.888	218.3	155.5	3.89E-05	1.43E-05	6.7100E-02	4.5470E-02	3.5000E-04
95	4.1195	286.51	156.31	516.33	595.81	1.948	2.164	2.302	2.467	23.59	36.07	158.1	144.1	3.13E-05	1.70E-05	7.4000E-02	6.5440E-02	6.0000E-05
96.74	4.2512	220.48	220.48	555.24	555.24	2.052	2.052											

Bu modellemede yoğuşma termodinamik özellikleri kübik şerit interpolasyon tekniği kullanılarak da hesaplanmıştır. Kübik şerit interpolasyon tekniğinin avantajı ters interpolasyon olasılığı da sağladığı için kök bulma gereksinimi olmaksızın yoğuşma sıcaklığını yoğuşma basıncının fonksiyonu olarak verebilmesidir. Aynı işlemi yoğuşma basınç formülü kullanarak yaparken sayısal kök bulma yöntemlerinden yararlanmamız gerekir. Kübik şerit eğri uydurmanın temeli tüm noktalardan geçen polinomlarla noktaları bağlamaktır. Üçüncü dereceden bir polinom alalım.

$$s_k(x)=a_k(x-x_k)+ b_k(x_{k+1}-x)+ [(x-x_k)^3 c_{k+1} +(x_{k+1}-x)^3 c_k]/(6h_k) \quad 1 \quad k \quad n \tag{15}$$

Kübik şerit veri uydurma prosesinde polinomların veri noktalarından geçmesi gerekir.

$$s_k(x_k)=y_k \quad 1 \quad k \quad n \tag{16}$$

aynı zamanda birinci türevlerin de sürekli olması gerekir.

$$s'_{k-1}(x_k)= s'_k(x_k) \quad 1 \quad k \quad n \tag{17}$$

üçüncü dereceden polinom için ikinci türevleri de eşitleyebiliriz.

$$s''_{k-1}(x_k)=s''_k(x_k) \quad 1 \quad k \quad n \tag{18}$$

Yukarda verilen üçüncü dereceden polinom için birinci ve ikinci türevler:

$$s'_k(x)=a_k- b_k+ [(x-x_k)^2 c_{k+1} - (x_{k+1}-x)^2 c_k]/(2h_k) \quad 1 \quad k \quad n \tag{19}$$

$$s''_k(x)=[(x-x_k) c_{k+1} + (x_{k+1}-x) c_k]/h_k \quad 1 \quad k \quad n \tag{20}$$

olur burada a_k ve b_k c_k nın fonksiyonu olarak yazılabilir.

$$b_k=[6y_k-h_kc_k]/(6h_k), \quad 1 \quad k \quad n \tag{21}$$

$$a_k=[6y_{k+1}-h_k^2c_{k+1}]/(6h_k), \quad 1 \quad k \quad n \tag{22}$$

Bu durumda çözülmesi gereken denklem sistemi sadece c_k terimlerine dönüşür.

$$h_{k-1}c_{k-1}+ 2(h_{k-1}- h_k)c_k+ h_k c_{k+1} = 6 \frac{y_{k+1} \quad y_k}{h_k} \quad \frac{y_k \quad y_{k\ 1}}{h_{k\ 1}} \quad , \quad 1 \quad k \quad n \tag{23}$$

bu sistemde toplam n-2 denklem mevcuttur.

$$w_k = \frac{y_{k+1} \quad y_k}{h_k}, \quad 1 \quad k \quad n \tag{24}$$

tanımını yaparsak çözülecek denklem sistemini

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2+h_3) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2(h_{n\ 3}+h_{n\ 2}) & h_{n\ 2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h_{n\ 2} & 2(h_{n\ 2}+h_{n\ 1}) & h_{n\ 1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_{n\ 2} \\ c_{n\ 1} \\ c_n \end{matrix} = \begin{matrix} A \\ 6(w_2 \quad w_1) \\ 6(w_3 \quad w_2) \\ \dots \\ 6(w_{n\ 2} \quad w_{n\ 3}) \\ 6(w_{n\ 1} \quad w_{n\ 2}) \\ B \end{matrix} \tag{25}$$

şeklini alır. Burada A ve B kullanıcı tarafından verilmesi gereken ikinci türev sınır şartlarıdır. Doğal kübik şerit interpolasyonu uygularsak değerleri 0 olur. Yoğuşma termodinamik değerleri Tablo.7'de verilmiştir. Burada Tablo.7'de sadece termodinamik özelliklerin değil aynı zamanda vizkozite, ısıl iletkenlik ve yüzey gerilimi olarak termofiziksel özelliklerin de verildiğini ve bu özelliklerin de kübik şerit interpolasyonu üzerinden hesaplandığını not edelim. Termofiziksel özellikler basınç ve sıcaklık gibi iki temel termodinamik fonksiyona bağlıdır, ancak elimizdeki veriler yoğuşma değerleri için verilmiştir ve veri değerleri de -150ºC den itibaren mevcuttur.

Hal denklemimiz yukardaki denklemden de görüleceği gibi a(T,v) formunda verilmiştir. Ancak bilinen termodinamik özellikler entalpi, entropi, gibi diğer bir formda verilirse kök bulma proseslerinden yararlanılarak denklem sisteminin çözümlenmesi gerekir. Sistem belli haller arasında faz değiştirebileceği ve kök bulma denklemlerinde ilk tehmin değeri olarak verilecek değerin sıvı veya gaz fazlarında birbirinden oldukça değişik rakamlar olması sebebiyle, dikkatli seçilmesi gerekir. Kçk bulma algoritmaları olarak çeşitli algoritmalardan yararlanılabilir, biz burada bu algoritmalardan birini örnek olarak verelim: En çok kullanılan basit bir algoritma Newton-Raphson kök bulma algoritmasıdır. Taylor formülünden türetilmiştir.

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} \quad x_n) + f''(x_n)\frac{(x_{n+1} \quad x_n)^2}{2!} + f^{(3)}(x_n)\frac{(x_{n+1} \quad x_n)^3}{3!} + \ldots \tag{26}$$

Biz burada f(xn+1) = 0 değerini bulmak istiyoruz. Bunun için ikinci derece ve üstü terimleri ihmal ederek

$$0 = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} \quad x_n) \tag{27}$$

yazabiliriz. Buradan da

$$x_{n+1} = x_n \quad \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{28}$$

denklemi elde edilir. Belli bir ilk değer tahmini yaparak iteratif yaklaşımla kök değerine ulaşırız. Denklemin kullanılmasında fonksiyonun türev değerine de ihtiyaç vardır.

2. Hal Denkleminin Modellenmesi

Java programlama dili ve önceki bölümde verilen hal denklemi kullanılarak R290 (Propan) termodinamik ve termofiziksel özellikleri hesaplanmıştır. Java nesne kökenli bir dildir. Bu yüzden özellikleri hesaplayabilmek için iki sınıf oluşturulmuştur. Programlar **www.turhancoban.com** adresinde listelenmiş olup, buradan kopyalanabilir.

Tablo.8-Program kodları

Sınıf ismi	Sınıf görevi
ref_CS3	Kübik şerit interpolasyonu kullanarak doyma termodinamik ve termofiziksel özellikler
ref_R290.java	R290 Hal denklemi
ref_CS_Data3	ref_CS3 veri tanımı

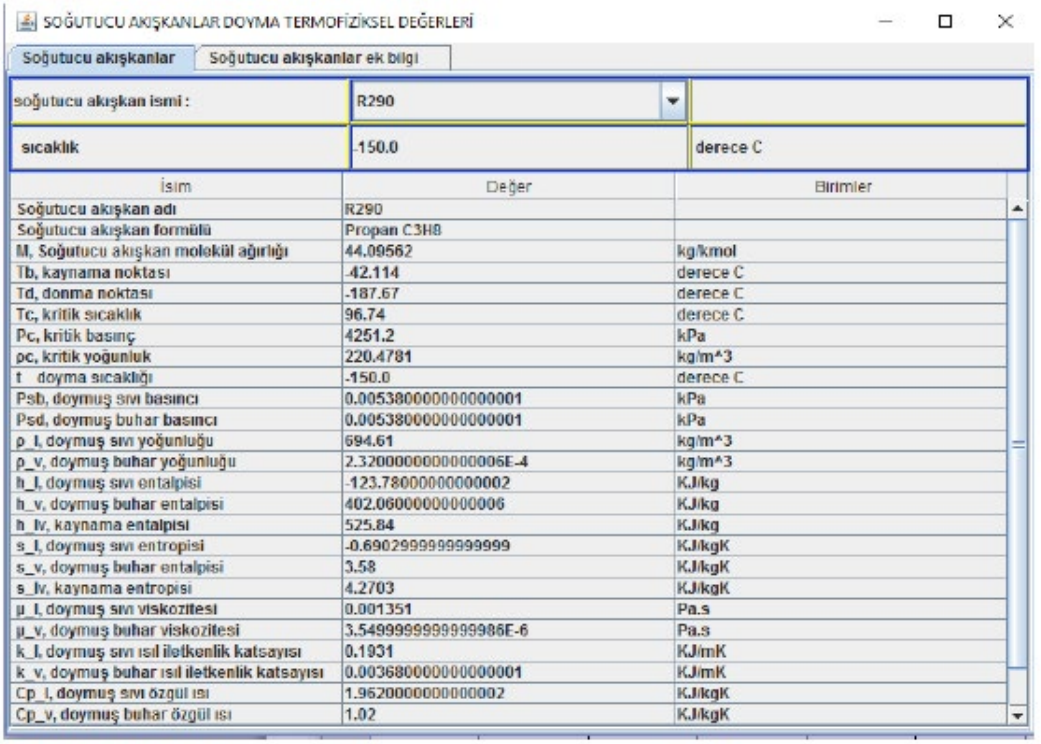
Bu programı kendi programınızın parçasoı olarak kullanmak istediğinizde, yapmamız gereken oldukça basit bir işlemdir. Önce sınıf kurucu metodu çağrılıp bir nesne yaratılır ve bu nesne üzerinden property metodu çağrılarak hesaplama yapılır.

```
ref_R290 g=new ref_R290 ();
double a[]=g.property("tx",0.0,0.0);
```

Bilinen termodinamik çift örnekte "tx" sıcaklık ve kuruluk derecesi olarak verilmiştir. Verilebilecek bilinen termodinamik çiftler Tablo.9'da verilmiştir.

Tablo.9- Bilinen termodinamik çiftler ve anlamları

tv	Sıcaklık-özgül hacim
tp	Sıcaklık-Basınç
th	Sıcaklık-entalpi
tu	Sıcaklık-iç enerji
ts	Sıcaklık-entropi
tx	Sıcaklık-doygunluk derecesi
pv	Basınç - özgül hacim
pt	Basınç - Sıcaklık
ph	Basınç entalpi
pu	Basınç iç enerji
ps	Basınç- entropi
px	Basınç- doygunluk derecesi
vp	özgül hacim-Basınç
vt	özgül hacim-Sıcaklık



İsim	Değer	Birimler
Soğutucu akışkan adı	R290	
Soğutucu akışkan formülü	Propan C3H8	
M, Soğutucu akışkan molekül ağırlığı	44.09562	kg/kmol
Tb, kaynama noktası	-42.114	derece C
Td, donma noktası	-187.67	derece C
Tc, kritik sıcaklık	96.74	derece C
Pc, kritik basınç	4251.2	kPa
ρc, kritik yoğunluk	220.4781	kg/m^3
t doyma sıcaklığı	-150.0	derece C
Psb, doymuş sıvı basıncı	0.005380000000000001	kPa
Psd, doymuş buhar basıncı	0.005380000000000001	kPa
ρ_l, doymuş sıvı yoğunluğu	694.61	kg/m^3
ρ_v, doymuş buhar yoğunluğu	2.3200000000000006E-4	kg/m^3
h_l, doymuş sıvı entalpisi	-123.78000000000002	KJ/kg
h_v, doymuş buhar entalpisi	402.06000000000006	KJ/kg
h_lv, kaynama entalpisi	525.84	KJ/kg
s_l, doymuş sıvı entropisi	-0.69029999999999999	KJ/kgK
s_v, doymuş buhar entalpisi	3.58	KJ/kgK
s_lv, kaynama entropisi	4.2703	KJ/kgK
μ_l, doymuş sıvı viskozitesi	0.001351	Pa.s
μ_v, doymuş buhar viskozitesi	3.5499999999999986E-6	Pa.s
k_l, doymuş sıvı ısıl iletkenlik katsayısı	0.1931	KJ/mK
k_v, doymuş buhar ısıl iletkenlik katsayısı	0.003680000000000001	KJ/mK
Cp_l, doymuş sıvı özgül ısı	1.9620000000000002	KJ/kgK
Cp_v, doymuş buhar özgül ısı	1.02	KJ/kgK

Program çağrıldığında vektör çıktısı aşağıdaki değerleri alır.

Tablo.10-R290 sınıfı vektör çıktısının anlamları

a[0]	P Basınç kPa
a[1]	T Sıcaklık derece C
a[2]	v özgül hacim m^3/kg
a[3]	h entalpi KJ/kg
a[4]	u iç enerji KJ/kg
a[5]	s entropi KJ/kgK
a[6]	x doygunluk derecesi kg vapor/kg total mix
a[7]	ρ yoğunluk kg/m^3

Programın çağrılmasını gösteren küçük bir örnek.▪

```
class reftest {    public static void main(String arg[])
              {    ref_R290 g=new ref_R290 ();
                   double a[]=g.property("tx",0.0,0.0);
                 System.out.println(g.toString(a));}}
```

3. Referanslar

[1]Eric W. Lemmon, Mark O McLinden, Wolfgang Wagner, "Thermodymanic Properties of Propane. III. A Reference Equation of State for Sıcaklıks from the Melting Line to 650 K and Basınç up to 1000 MPa", J Chem. Eng. Data, 2009, 54 (12), pp 3141–3180, DOI: 10.1021/je900217v

[2] Robert C. Reid , John M. Prausnitz ; The Properties of Gases & Liquids , Mc-Graw Hill, Fourth edition, ISBN 0-07-0511799-1

[3] Lemmon, e.w., Mclinden, M.O. and Huber, M.L, NIST Standard Reference Database 23, NIST

[4] Mclinden, M.O. And Watanabe, K., International collaboration on the thermophysical properties of alternative refrigerants, Results of IEA Annex 18. 20th International Congress of Refrigeration, Sydney, Australia, September 19-24, 1999, International Institute of Refrigeration, pp 678-687

[5] Tillner-Roth, R., Li, J., Yokozeki, A., Sato, H. And Watanabe, K., Thermodynamic Properties of Pure and Blended Hydrofluorocarbon (HFC) Refrigerants, Tokyo: Japan Society of Refrigerating and Air Conditioning Engineers, (1998)

[6] Tillner-Roth, R. And Yokozeki, A., An international standard equation of state for difluoromethane(R-32) for Sıcaklıks from the triple point at 136.34 K to 435 K and Basınçs up to 70 MPa, J. Phys.Chem. Ref. Data, 26(1997), pp. 1273-1328

[7] YOUNGLOVE, B.A. and MCLINDEN, M.O,. An international standard equation-of-state formulation of the thermodynamic properties of refrigerant 123 (2,2-dichloro-1,1,1-trifluoroethane), J. Phys. Chem. Ref.Data, 23(1994), pp. 731-779

[8] INTERNATIONAL STANDARD ISO 17584 Refrigerant Properties, Reference number ISO 17584:2005(E)

[9] A.C. Bryant, Refrigeration Equipment, ISBN: 0750636882, Elsevier Science & Technology Books, Ağustos 1998

[10] Thomas H. Kuehn, Jams W. Ramsey, James L. Threlkeld, Thermal Environmental Engineering, Prentice Hall, 3rd edition, 1998, ISBN 0-13-917220-3 [34] Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, version 7.0. Standard Reference Data Program, National Institute of Standards and Technology (2002)

[11] Wolfrang Wagner, Hans-Joachim Kretzchmar, International Steam Tables, Prentice Hall, 3rd edition, 1998, ISBN 0-13-917220-3

[12] Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, version 7.0. Standard Reference Data Program, National Institute of Standards and Technology (2002)

[13] Richard B. Stewart, Richard T. Jacobsen, Steven G. Penoncello, ASHRAE Thermodynamic Properties of Refrigerants, Center of Applied Thermodynamics Studies, University of Idaho.

[14] M. Turhan Çoban,"Kübik şerit ve b şerit interpolasyon yöntemi kullanarak soğutucu akışkanların doyma termofiziksel özelliklerinin hassas olarak oluşturulması", I Soğutma Teknolojileri Sempozyumu bildiri kitabı, 6-12 Ekim 2008, ISBN : 978-605-5771-00-3

[15] M. Turhan Çoban," Kısmi devamlı fonksiyonlar kullanarak soğutucu akışkanların doyma basınç eğrilerinin hassas olarak oluşturulması", I Soğutma Teknolojileri Sempozyumu bildiri kitabı, 6-12 Ekim 2008, ISBN : 978-605-5771-00-3

[16] M. Turhan Çoban, "İdeal gazların termodinamik ve termofiziksel özelliklerinin modellenmesi", 17. Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, 24-27 Haziran 2009, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas

[17] M. Turhan Çoban, "Gerçek gazların termodinamik ve termofiziksel özelliklerinin Lee-Kesler hal denklemi kullanılarak modellenmesi", 17. Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, 24-27 Haziran 2009, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas

[18] M. Turhan Çoban, Sayısal Metodların Soğutma Dünyasına uygulanması: Soğutucu akışkanların termodinamik özellikleri, Martin-Hou hal denklemi. Soğutma Dünyası ISSN 1304-1908

[19] M. Turhan Çoban, Sayısal Metodların Soğutma Dünyasına uygulanması: Soğutucu akışkanların termodinamik özellikleri, değiştirilmiş Benedict- Webb-Rubin hal denklemi. Soğutma Dünyası ISSN 1304-1908